

Formation à distance



sur l'enseignement de la proportionnalité

Diapositives et dialogues

Laëtitia Dragone - Gaëtan Temperman – Bruno De Lièvre

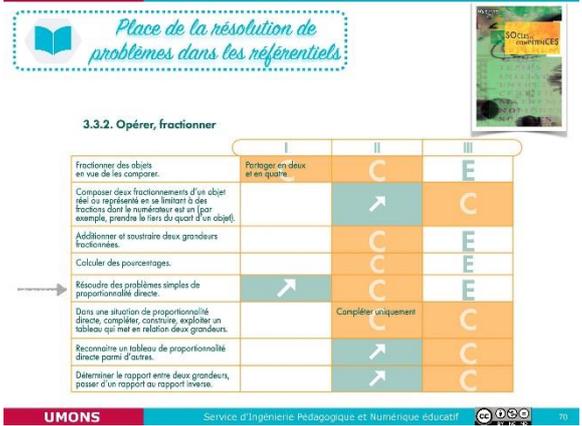
Et leur équipe de tutrices



Service d'Ingénierie Pédagogique et du Numérique éducatif

Mars 2023

Module 4
Quels principes didactiques et quelle méthodologie d'apprentissage pour enseigner la résolution de problèmes de proportionnalité ?

No dia	Diapositive	Dialogue																																				
No 1																																						
No 2	 <p>3.3.2. Opérer, fractionner</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>I</th> <th>II</th> <th>III</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Fractionner des objets en vue de les comparer.</td> <td>Partager en deux et en quatre.</td> <td>C</td> <td>E</td> </tr> <tr> <td>Comparer deux fractionnements d'un objet réel ou représenté en se limitant à des fractions dont le numérateur est un (par exemple, prendre le tiers du quart d'un objet).</td> <td></td> <td>↗</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>Additionner et soustraire deux grandeurs fractionnées.</td> <td></td> <td>C</td> <td>E</td> </tr> <tr> <td>Calculer des pourcentages.</td> <td></td> <td>C</td> <td>E</td> </tr> <tr> <td>Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe.</td> <td>↗</td> <td>C</td> <td>E</td> </tr> <tr> <td>Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, capter, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs.</td> <td></td> <td>Compléter uniquement</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>Reconnaitre un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres.</td> <td></td> <td>↗</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>Déterminer le rapport entre deux grandeurs, passer d'un rapport au rapport inverse.</td> <td></td> <td>↗</td> <td>C</td> </tr> </tbody> </table>		I	II	III	Fractionner des objets en vue de les comparer.	Partager en deux et en quatre.	C	E	Comparer deux fractionnements d'un objet réel ou représenté en se limitant à des fractions dont le numérateur est un (par exemple, prendre le tiers du quart d'un objet).		↗	C	Additionner et soustraire deux grandeurs fractionnées.		C	E	Calculer des pourcentages.		C	E	Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe.	↗	C	E	Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, capter, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs.		Compléter uniquement	C	Reconnaitre un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres.		↗	C	Déterminer le rapport entre deux grandeurs, passer d'un rapport au rapport inverse.		↗	C	<p>L : Bonjour Alessia.</p> <p>A : Bonjour Laëtitia. Pour cette dernière semaine de formation, nous allons nous centrer sur la résolution de problèmes de proportionnalité.</p> <p>L : Tout à fait. Commençons par analyser la place de la résolution de problèmes dans les référentiels. Dans le socle de compétence, on peut constater qu'il s'agit d'une compétence à initier en première étape, à certifier en seconde étape donc en fin de sixième année primaire et à exercer jusqu'en deuxième année du secondaire.</p>
	I	II	III																																			
Fractionner des objets en vue de les comparer.	Partager en deux et en quatre.	C	E																																			
Comparer deux fractionnements d'un objet réel ou représenté en se limitant à des fractions dont le numérateur est un (par exemple, prendre le tiers du quart d'un objet).		↗	C																																			
Additionner et soustraire deux grandeurs fractionnées.		C	E																																			
Calculer des pourcentages.		C	E																																			
Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe.	↗	C	E																																			
Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, capter, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs.		Compléter uniquement	C																																			
Reconnaitre un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres.		↗	C																																			
Déterminer le rapport entre deux grandeurs, passer d'un rapport au rapport inverse.		↗	C																																			

No 3

Rentrée 2026 : introduction des référentiels du TC pour SI

Des compétences de la compétence mathématique

PS	PE	PG	PI	PII	PG	SE	SEI	SEII

UMONS Service d'Ingénierie Pédagogique et Numérique éducatif

A : De nouveaux référentiels de compétences ont été introduits à la rentrée 2022 pour les élèves de la première primaire à la troisième secondaire. Cette compétence est-elle toujours bien visée ?

L : Oui, tu as tout à fait raison. Ces référentiels inter-réseaux du tronc commun établissent maintenant les objectifs d'apprentissage et les contenus à enseigner pour chaque année. Cette approche permet de mieux adapter les apprentissages au niveau de compétences des élèves et assure une progression cohérente et graduelle pour éviter des sauts importants dans les apprentissages d'une année ou d'un niveau à l'autre, facilitant ainsi les transitions entre les différents niveaux scolaires. Tu peux constater que cette compétence relative à la résolution de problèmes est toujours bel et bien présente dès la cinquième année primaire.

No 4

Focus sur les résultats aux épreuves CE1D

CE1D 2018 MATHÉMATIQUES

QUESTION 14 / 2

Dans un parking payant, le tarif est proportionnel à la durée de stationnement.
Pour 1 h 30, le tarif est de 2,40 €.

CALCULE le tarif pour 2 h 30.

ÉCRIS tous tes calculs.

56% de réussite

CE1D 2019 MATHÉMATIQUES

QUESTION 32 / 4

Sur le blog d'Alice, 60 % des visiteurs ont laissé un commentaire et 36 visiteurs n'ont rien écrit.

CALCULE le nombre total de visiteurs qu'Alice a reçus sur son blog.

ÉCRIS ton raisonnement et tous tes calculs.

42% de réussite

UMONS Service d'Ingénierie Pédagogique et Numérique éducatif

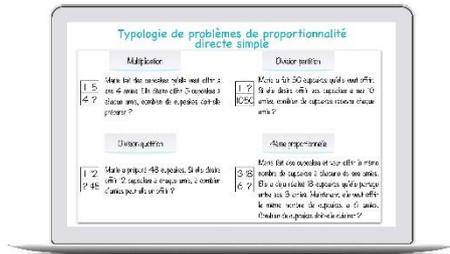
A: Qu'en est-il des résultats à l'épreuve externe certificative CE1D en mathématiques pour cette compétence ?

L : Pour rappel, cette compétence doit être certifiée à la fin de la sixième année primaire. On peut constater qu'à l'épreuve CE1D 2018, le taux de réussite pour cet item était de 56% de réussite. En 2019, le taux est encore moins élevé. Effectivement, près d'un élève sur deux ne parvient pas à résoudre ce problème.

A : En effet, c'est peu satisfaisant et interpellant.

L : Pour cette raison, j'ai décidé de concevoir un dispositif en résolution de problèmes de proportionnalité et de mettre à l'épreuve du terrain en première année du secondaire.

No 5



(Levain, 1992, 2000; Levain et al., 2006; Levain & Bidier, Jean, 2017; Vergnaud, 1990, 1991)

UMONS

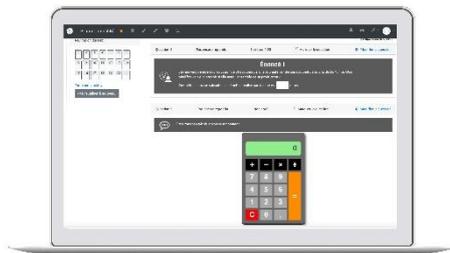
Service d'Ingénierie Pédagogique et Numérique éducatif



A : Peux-tu nous faire part de la méthodologie que tu recommandes en résolution de problèmes de proportionnalité ?

L : Souviens-toi, nous avons vu qu'il existait 4 types de problèmes en proportionnalité directe simple. Il semblait évident d'identifier dans un premier temps les aptitudes des élèves sur chacun de ces types de problèmes. Durant l'année scolaire 2020-2021, j'ai réalisé un test diagnostique sur ces 4 types de problèmes sur un échantillon de 1400 élèves de première année du secondaire. Ces élèves provenaient de 20 établissements de la Fédération Wallonie Bruxelles.

No 6



UMONS

Service d'Ingénierie Pédagogique et Numérique éducatif



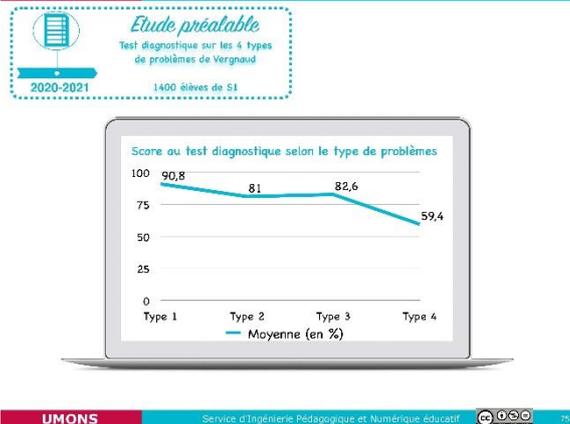
A : Comment cette épreuve diagnostique s'est-elle déroulée ?

L : Elle a eu lieu en ligne. Dix problèmes ont été proposés aux élèves. Ils avaient à disposition une calculatrice sur le site internet afin de réaliser les différents calculs ou s'ils le souhaitaient, ils pouvaient utiliser leur calculatrice personnelle.

A : Pourquoi as-tu permis l'utilisation de la calculatrice ?

L : Je souhaitais prendre connaissance des aptitudes des élèves en résolution de problèmes. Des difficultés qu'ils peuvent rencontrer en calcul écrit ou en calcul mental auraient interféré cette prise de mesures. Voici une capture d'écran représentant un exemple de problème qui a été proposé aux élèves.

N° 7



A : Que révèle ce test diagnostique ?

L : J'ai pu constater que le type de problème avait un effet sur la performance des apprenants. En effet, on peut voir sur le graphique que les problèmes de 4^e proportionnelle sont ceux qui sont le moins bien réussis tandis que les problèmes de type 1 ainsi que ceux de type 2 et 3 sont plutôt assez bien maîtrisés et ce, dépassant les 80% de maîtrise.

Je me suis aussi interrogée sur la représentativité de mon test diagnostique par rapport à l'évaluation des résultats des élèves par les enseignants. J'ai constaté que les élèves évalués par les enseignants comme ayant un rendement élevé ont obtenu des scores au test diagnostique supérieurs à ceux des élèves évalués comme ayant un rendement moyen ou faible.

N° 8

2021-2022 Mise à l'essai de parcours pédagogiques
Représentation schématisée et aidée
1100 élèves de 5^e

1) Exemples résolus
Dispositif pédagogique : 45 min

CONNAISSANCES PROCÉDURALES

(Anderson et al., 2001)

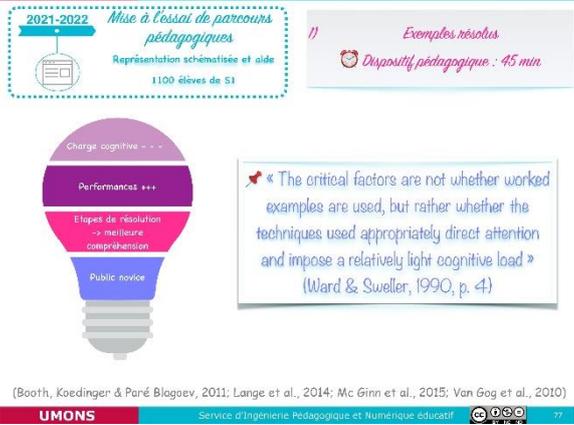
UMONS Service d'Ingénierie Pédagogique et Numérique éducatif

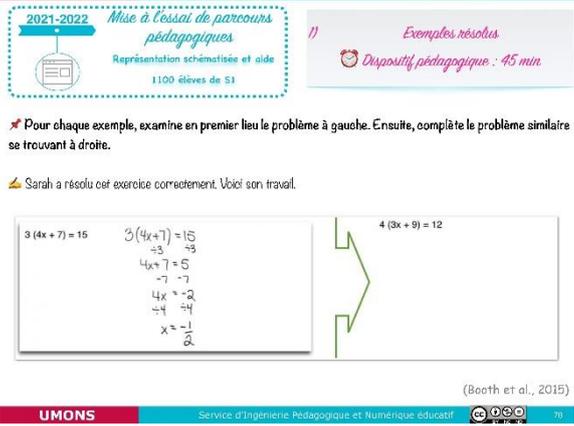
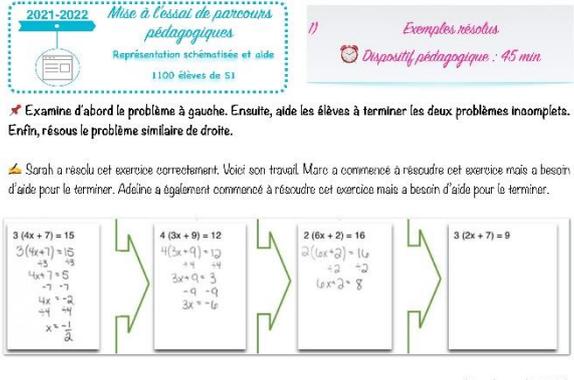
A : Durant l'année scolaire 2021-2022, tu as testé une méthodologie que tu recommandes de suivre en résolution de problèmes de 4^e proportionnelle.

L : Oui, tout à fait. La première étape de cette méthodologie qui se déroule en deux étapes est l'étude d'exemples résolus avec la mise en œuvre du processus d'auto-explication.

A : Peux-tu nous en dire plus ?

L : Les exemples résolus comprennent à la fois l'énoncé du problème et la solution détaillée, ce qui en fait une microstratégie très utile pour aider les apprenants débutants à comprendre les étapes nécessaires pour accomplir une tâche simple ou résoudre un problème, même complexe. L'objectif principal des exemples résolus est de faciliter l'acquisition de connaissances procédurales, en particulier celles que Anderson et

		<p>ses collègues (2001) appellent les « procédures ». Ces procédures sont des séquences d'actions ordonnées qui mènent à un résultat spécifique et prévu à l'avance comme résoudre une équation, conduire une voiture ou encore, réaliser une recette de cuisine.</p>
<p>No 9</p>	 <p>2021-2022 Mise à l'essai de parcours pédagogiques Représentation schématisée et aide 1100 élèves de 51</p> <p>Exemples résolus Dispositif pédagogique : 45 min</p> <p>Charge cognitive - - - Performances +++ Etapes de résolution → meilleure compréhension Public novice</p> <p>« The critical factors are not whether worked examples are used, but rather whether the techniques used appropriately direct attention and impose a relatively light cognitive load » (Ward & Sweller, 1990, p. 4)</p> <p>(Booth, Koedinger & Paré Blagojev, 2011; Lange et al., 2014; Mc Ginn et al., 2015; Van Gog et al., 2010)</p> <p>UMONS Service d'Ingénierie Pédagogique et Numérique Éducatif 77</p>	<p>A : Quel est l'objectif de l'étude des exemples résolus dans le processus d'apprentissage ?</p> <p>L : L'étude des exemples résolus a pour objectif de permettre aux apprenants de construire, à partir d'exemples concrets, un schéma cognitif plus abstrait qu'ils pourront ensuite appliquer pour résoudre ce type de problème. La qualité de conception des exemples résolus est un facteur clé de leur efficacité. Des études ont montré que, pour les étudiants ayant peu de connaissances dans un domaine donné, l'utilisation de la méthode traditionnelle de résolution de problèmes conduit à une amélioration moindre des performances en résolution de problèmes par rapport à une approche d'enseignement qui combine la pratique avec des exemples résolus. Plus précisément, les étudiants qui étudient les exemples résolus avant de résoudre des problèmes obtiennent de meilleurs résultats sur des problèmes similaires en comparaison aux étudiants n'ayant pas étudié des exemples résolus.</p> <p>A : Quels sont les bénéfices de l'usage d'exemples résolus ?</p> <p>L : Premièrement, cela permet d'alléger la charge cognitive et cela améliore les performances. De cette</p>

		<p>façon, les élèves se focalisent sur les étapes de résolution, ce qui conduit à une meilleure compréhension des stratégies de résolution. Pour un public novice, il est conseillé de commencer par des exemples résolus puis de passer à la résolution de problèmes.</p>
<p>N° 10</p>	 <p> ✳ Pour chaque exemple, examine en premier lieu le problème à gauche. Ensuite, complète le problème similaire se trouvant à droite. </p> <p> 🏆 Sarah a résolu cet exercice correctement. Voici son travail. </p> <p> $3(4x+7) = 15$ $3(4x+7) = 15$ $-3 \quad -3$ $4x+7 = 5$ $-7 \quad -7$ $4x = -2$ $\div 4 \quad \div 4$ $x = -\frac{1}{2}$ </p> <p> $4(3x+9) = 12$ </p> <p>(Booth et al., 2015)</p> <p>UMONS Service d'Ingénierie Pédagogique et Numérique éducatif</p>	<p>L : Voici un exemple proposé dans l'article de Booth et ses collègues.</p> <p>A : Existe-t-il d'autres variantes possibles d'énoncé ?</p>
<p>N° 11</p>	 <p> ✳ Examine d'abord le problème à gauche. Ensuite, aide les élèves à terminer les deux problèmes incomplets. Enfin, résous le problème similaire de droite. </p> <p> 🏆 Sarah a résolu cet exercice correctement. Voici son travail. Marco a commencé à résoudre cet exercice mais a besoin d'aide pour le terminer. Adeline a également commencé à résoudre cet exercice mais a besoin d'aide pour le terminer. </p> <p> $3(4x+7) = 15$ $3(4x+7) = 15$ $-3 \quad -3$ $4x+7 = 5$ $-7 \quad -7$ $4x = -2$ $\div 4 \quad \div 4$ $x = -\frac{1}{2}$ </p> <p> $4(3x+9) = 12$ $4(3x+9) = 12$ $-4 \quad -4$ $3x+9 = 3$ $-9 \quad -9$ $3x = -6$ </p> <p> $2(6x+2) = 16$ $2(6x+2) = 16$ $\div 2 \quad \div 2$ $6x+2 = 8$ </p> <p> $3(2x+7) = 9$ </p> <p>(Booth et al., 2015)</p> <p>UMONS Service d'Ingénierie Pédagogique et Numérique éducatif</p>	<p>L : Oui, bien sûr. On peut diminuer graduellement le niveau de support fourni pour chaque exemple résolu à mesure que les étudiants deviennent plus compétents. Cette approche, appelée fading, implique que les premiers exemples soient entièrement résolus, tandis que l'exemple suivant contient toutes les étapes sauf une, que l'étudiant doit compléter. Les exemples ultérieurs comportent de moins en moins d'étapes détaillées et de plus en plus d'étapes que les étudiants doivent accomplir seuls.</p>

<p>N° 12</p>	<div data-bbox="304 197 587 293"> <p>2021-2022 <i>Mise à l'essai de parcours pédagogiques</i> Représentation schématisée et aide 1100 élèves de 51</p> </div> <div data-bbox="603 203 869 286"> <p>1) <i>Exemples résolus et principe d'auto-explication</i> Dispositif pédagogique : 45 min</p> </div> <p>✳ Examine d'abord le problème de gauche et réponds à la question qui s'y rapporte.</p> <p>🚩 Sarah a résolu cet exercice correctement. Voici son travail. Pourquoi Sarah a-t-elle soustrait 7 des deux côtés de l'équation ?</p> <div data-bbox="327 405 507 566"> </div> <p style="text-align: right; font-size: small;">(Booth et al., 2015)</p> <div data-bbox="300 600 869 622"> <p>UMONS Service d'Ingénierie Pédagogique et Numérique éducatif</p> </div>	<p>L : Une autre approche possible consiste à demander aux apprenants d'expliquer ce qui a été réalisé dans l'exemple et/ou pourquoi les étapes présentées sont correctes. C'est ce qu'on nomme « auto-explication ». Les bénéfices de ce principe ont été démontrés dans le cadre des connaissances déclaratives et permettent aux apprenants d'identifier plus aisément les informations pertinentes dans le problème à résoudre. Par conséquent, l'ajout d'une auto-explication aux exemples travaillés permet d'améliorer la compréhension des apprenants et leur capacité à exécuter les étapes de résolution qui leur ont été présentées.</p> <p>A : J'imagine donc que c'est un principe que tu as mis en œuvre dans tes recherches en résolutions de problèmes de proportionnalité.</p> <p>L : Oui, tout à fait.</p>
<p>N° 13</p>	<div data-bbox="304 1140 587 1236"> <p>2021-2022 <i>Mise à l'essai de parcours pédagogiques</i> Représentation schématisée et aide 1100 élèves de 51</p> </div> <div data-bbox="603 1169 869 1220"> <p>1) <i>Exemples résolus</i> 2) <i>Résolution de problèmes par analogie</i></p> </div> <div data-bbox="363 1249 810 1503"> </div> <p style="text-align: right; font-size: small;">(Costermans, 2001; Lambert, 1966; Minier et al., 2014)</p> <div data-bbox="300 1541 869 1563"> <p>UMONS Service d'Ingénierie Pédagogique et Numérique éducatif</p> </div>	<p>L : Il est généralement admis que l'un des buts de l'enseignement est de décontextualiser des compétences, mais le transfert entre des problèmes qui ont la même structure mathématique, mais différentes apparences est souvent limité. Cela signifie qu'il n'est pas garanti que les stratégies utilisées par un élève pour résoudre un problème dans un contexte particulier soient transférables à un autre contexte similaire en termes de structure mathématique.</p> <p>A : Pour quelle raison ce transfert ne s'opère-t-il pas sans embuches ?</p> <p>L : L'un des obstacles importants au transfert réside dans la relation entre la représentation du problème abordé en classe et celle du problème à résoudre. Les élèves retiennent les propriétés utilisées pour interpréter les problèmes résolus et ces mêmes propriétés peuvent devenir des indices pour</p>

		<p>résoudre de nouveaux problèmes. Ainsi, les indices sur lesquels les élèves se basent pour encoder un problème peuvent être très différents de ceux de l'expert ou de l'enseignant.</p> <p>A : À quoi fait référence l'encodage d'une situation problème ?</p> <p>L : L'encodage de la situation fait référence aux propriétés perçues comme importantes et pertinentes par la personne qui résout le problème et selon lesquelles elle structurera sa représentation du problème. Un tel encodage limite les stratégies de résolution envisageables et les possibilités de transfert.</p> <p>A : Et la résolution de problèmes par analogie ?</p> <p>L : La résolution par analogie est l'un des moyens les plus naturels mis à disposition de l'intelligence en face d'une difficulté à résoudre. Il n'est pas nécessaire de présenter des problèmes strictement isomorphes pour apercevoir que les étudiants « ont tendance à les comparer, à essayer de trouver une solution à l'un en s'inspirant de la solution qui s'est avérée bonne pour un autre, quitte à opérer un certain nombre de corrections pour tenir compte des différences ». L'apprenant utilise le plus souvent des éléments communs de surface alors que le raisonnement par analogie requiert une analyse plus fine pour franchir les convergences perceptives et construire une structure relationnelle entre les deux situations.</p>
--	--	---

<p>No 14</p>	 <p>(Gostermans, 2001; Dupay, 2011; Rippl, 1992)</p>	<p>A : Comment peut-on définir ce principe didactique ?</p> <p>L : Il s'agit d'un des mécanismes généraux de résolution de problèmes et d'apprentissage. Le raisonnement par analogie est défini comme étant l'application d'une stratégie, développée pour résoudre un problème, à un autre problème similaire, voire isomorphe, ou perçu comme tel. En effet, la résolution de problème par analogie consiste à se référer à un problème déjà rencontré (problème source) et à l'utiliser pour résoudre le problème actuel (problème cible).</p>
<p>No 15</p>		